Занятия 1-го полугодия по экспериментальной физике
в 8-м классе Олимпиадной школы МФТИ
(преподаватель к.ф.-м.н., доцент *А.А. Лукьянов*)

Занятия 9-й и 10-й недель (10-я неделя – сдача работы)

Название: **МОМЕНТ СИЛЫ. РЫЧАГ. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Опыт 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ЛИНЕЙКИ С ПОМОЩЬЮ РЫЧАГА

Цель работы: Изучение условия равновесия твердого тела, в частности, условия моментов

Оборудование: две линейки, монета «10 рублей» (выпуска 2010 г.), масса которой равна m_{10} = 5,63 г. (данные можно взять из Интернета).

Задание: Определить массу одной из линеек. Сравнить со значением, полученным с помощью весов.

Пример (у школьников будут другие линейки):

На самом деле, масса монеты может оказаться как чуть меньше приведенного в условии значения (истертая монета), так и чуть больше (монета, не которую что-то налипло). Данные о массе монеты с тремя значащими цифрами – это данные про новенькую монетку и, конечно, данные с запасом. Подручными средствами мы вряд ли сможем провести измерения точнее, чем с двумя значащими цифрами. Поэтому можно положить m_{10} ≈ 5,6 г (лабораторные весы показывают слишком грубое значение 6 г).

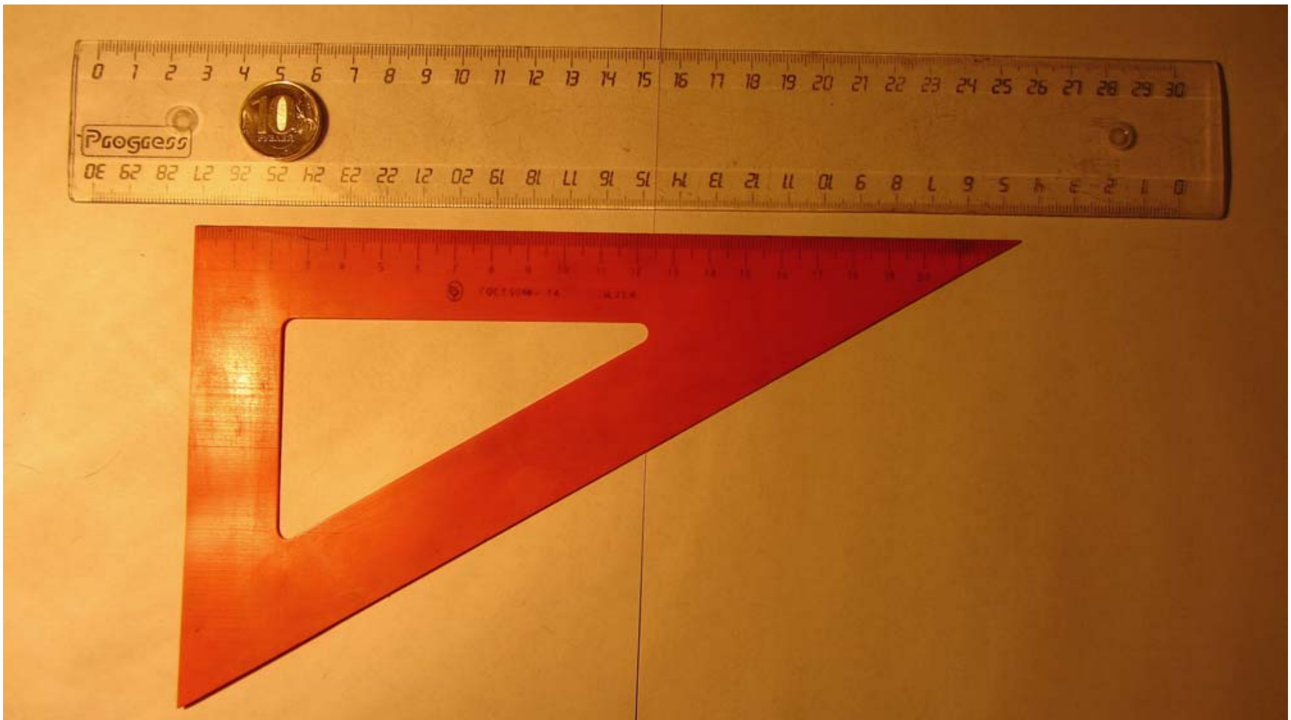


Рис.1

В задаче предлагается использовать рычаг. Какой? Тот, который мы сами должны построить. Ясно, что надо просто как-то **уравновесить линейку**, – например, подперев ее тонким треугольником, поставленным вертикально «на ребро». (Более простое решение – в статье ***Лукьянов А.А.*** Учимся на практике пользоваться понятием момента силы и условиями равновесия тел // Потенциал, Март, 2016, № 3,с.57-66) Но оттого, что мы уравновесим саму линейку, мы еще не найдем массу линейки. Куда (в какую формулу? в какое уравнение?) может войти искомая масса линейки? И зачем дана монетка и ее масса? Массы линейки m и монеты m_{10} входят в выражения для сил тяжести, действующих на линейку mg и на монету $m_{10}g$, где $g \approx 9{,}81$ м/с^2 – ускорение свободного падения. Но какая может быть связь между этими двумя силами?

Вспомним: мы сказали, что **уравновесим** линейку. **Идея**: уравновесим ее **вместе с монеткой**, лежащей в каком-то месте на линейке. Условие равновесия линейки – это (кроме условия равенства сил) **условие равенства моментов сил**, вращающих устроенный нами «рычаг» **по** и **против** часовой стрелки. В выражения для моментов сил и войдут массы линейки и монетки.

Приступаем к измерениям. Найдем сначала положение центра тяжести линейки без монеты: нам нужно будет знать, к какой точке приложена сила тяжести, действующая на линейку. Внимательнее присмотримся к линейке (рис.1). Ее длина не ровна 30 см: с одного края (до нуля по верхней шкале на фотографии) имеется еще кусочек длиной примерно 6,5 мм (измеряем треугольником), а с другого края (после 30 см по этой же шкале) – примерно 12 мм. Полная длина линейки от конца до конца составляет примерно 318,5 мм. Центр тяжести ее (считаем линейку однородной) располагается посередине, т.е на расстоянии 159,25 мм $\approx$ 159 мм от каждого из концов.

Предположение об однородности линейки можно проверить на опыте. Подопрем снизу линейку, положенную плашмя, треугольником, поставленным вертикально «на ребро», в точке под центром тяжести линейки, т.е. уравновесим линейку без монетки. Линейка при этом «покажет» $\approx 15{,}3$ см – расстояние от нуля по верхней на фотографии шкале линейки до точки опоры, т.е. до центра тяжести самой линейки. Разумно: 159,25 мм – 6,5 мм = 152,75 мм $\approx$ 153 мм. Скажем еще, что если бы мы вели отсчет по нижней на фотографии шкале линейки, то получили бы, естественно, 300 – 153 = 147 мм.

Теперь положим на линейку монетку. Положим так, чтобы центр монетки был на «хорошем» месте, например, на расстоянии ≈ 10 см от нуля линейки (мы стараемся по возможности точнее определить положение центра тяжести монетки – отсюда легко поддающиеся наблюдению «10 см»; расстояния же типа 12,3 см измерить труднее). Снова подопрем линейку треугольником и добьемся равновесия. (Автор этих строк – в прошлом физик-теоретик, а вовсе не закончил цирковое училище; тем не менее, равновесия добился легко.) При этом ребро треугольника находилось на расстоянии 14,5 см от нуля линейки. Учитывая конечную толщину треугольника (примерно 1 мм), по-видимому, нет смысла определять это расстояние точнее. (Вспомним еще о том, что положение центра монетки (≈ 10 см) было определено тоже не точно.)

Запишем условие равенства моментов сил – со стороны монетки и со стороны линейки – относительно точки опоры (см. рис.2):

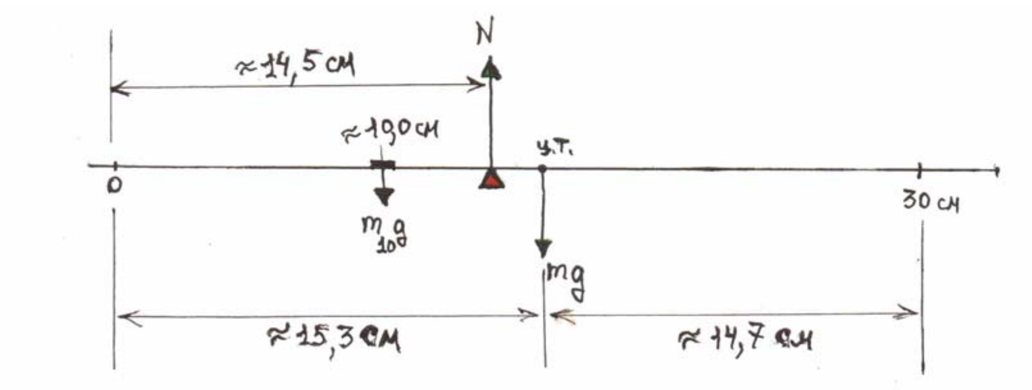


Рис.2

$$m_{10}\, g\, (14{,}5 - 10) = m\, g\, (15{,}3 - 14{,}5).$$

Отсюда получаем

$$m = \frac{4{,}5}{0{,}8} m_{10} \approx 5{,}63 \cdot 5{,}63 \approx 31{,}6 \text{ г} \approx 32 \text{ г}.$$

Примерно такое значение было получено на электронных весах (см. рис.3).

Рис.3

Опыт 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ОДНОЙ СПИЧКИ С ПОМОЩЬЮ РЫЧАГА

Цель работы: Изучение условия равновесия твердого тела, в частности, условия моментов

Оборудование: коробок спичек, линейка, монета «10 рублей», масса которой равна m_{10} = 5,63 г.

Задание: Определить массу одной спички. Сравнить со значением, полученным с помощью весов.

Пример: Если под рукой имеются замечательные электронные весы, как на рис.3, то проблемы вообще нет. Взвешиваем сначала коробок вместе со спичками (рис.4), – получаем массу m = 8 г. Затем взвешиваем пустой коробок (рис.5), – получаем массу пустого коробка m_0 = 4 г. Тогда масса n = 38 спичек будет равна $38m_1$ = 4 г, откуда масса одной спички $m_1 \approx 0{,}1$ г.

Рис.4

Рис.5

А если весов в распоряжении нет? В условии задачи как раз ничего не сказано про весы. Положим на линейку сразу и монетку, и коробок (со спичками или без них) и попробуем добиться равновесия. Сделать это не очень трудно. Как и в предыдущей задаче воспользуемся равенством моментов сил, вращающих рычаг **по** и **против** часовой стрелки. Есть, правда, трудность: в зависимости от того, как мы расположим коробок и монетку, подпирать линейку придется в разных местах. Можно, однако, поступить проще: коробок со спичками (или без них) будем всегда помещать **в одно и то же место линейки**. Более того, и подпирать линейку тонким ребром треугольника тоже будем

всегда в одном и том же месте – в центре тяжести самой линейки. Изменять же будем лишь положение монетки, добиваясь равновесия при том или другом значении плеча силы тяжести монетки (оно будет разным – в зависимости от того полна коробка или пуста).

Как и в случае прямого взвешивания, придется уравновешивать рычаг дважды – один раз с коробкой со спичками, второй раз – с пустой коробкой. В обоих случаях к рычагу будет приложено по 4 силы – три силы тяжести (коробки, монетки и линейки) и сила реакции со стороны треугольника. Но – вот приятность: сказав, что подпирать линейку будем «**всегда в одном и том же месте – в центре тяжести самой линейки**», мы сильно упростили задачу: **относительно этой точки плечи силы тяжести линейки и силы реакции опоры равны нулю**. В результате, в условие равенства моментов войдут лишь моменты от двух сил, а не от четырех, – момент силы тяжести коробки (со спичками или без) и момент силы тяжести монетки.

Приступим непосредственно к измерениям.

Поместим коробку – сначала со спичками – на линейку так, чтобы ее центр тяжести был на расстоянии 10 см от одного из концов линейки.

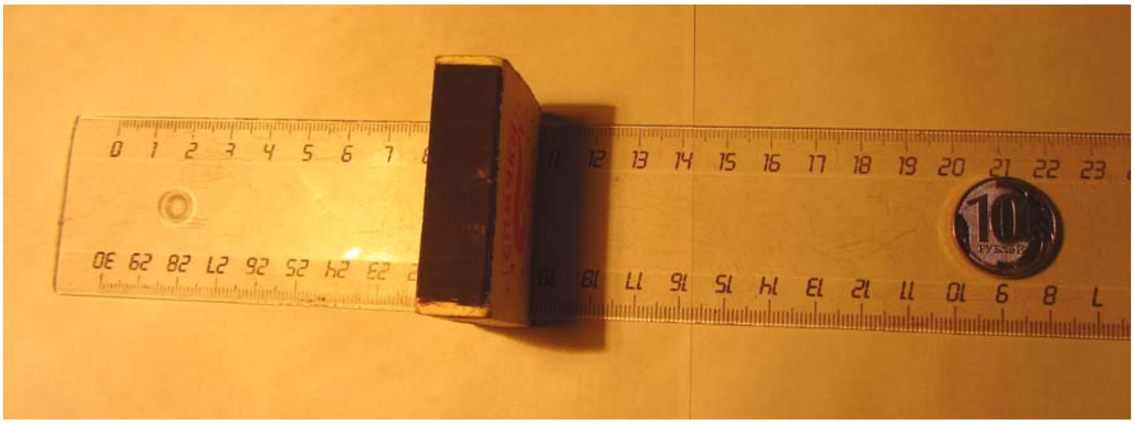


Рис.6

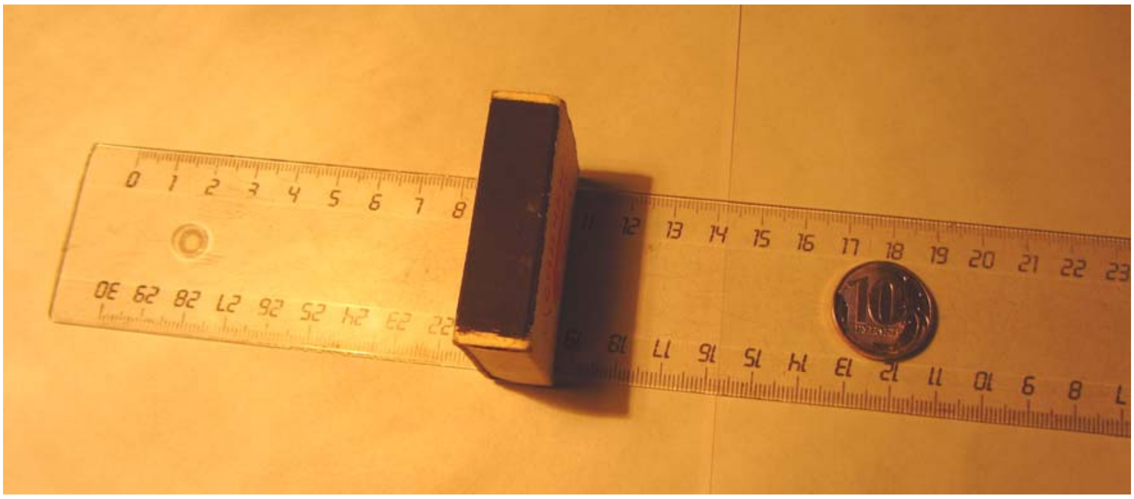


Рис.7

Так вышло, что автор в данной задаче воспользовался той шкалой линейки, нуль которой был на расстоянии 12 мм от конца линейки (а не 6,5 мм, как в предыдущей задаче; обе задачи решались в разные дни). Разумеется, это не важно, какой шкалой ты пользуешься.

Измеренные величины оказались такими. Положение центра тяжести самой линейки – на расстоянии 14,7 см он нуля верхней шкалы. В случае коробки со спичками центр монетки находился на расстоянии 21,0 см от нулевой отметки верхней шкалы линейки (см. рис.6), в случае пустой коробки – на расстоянии 17,8 см (см. рис.7). К сожалению, в обоих случаях автору не удалось заснять сам процесс уравновешивания рычага (весьма затруднительно удерживать рычаг в равновесии и одновременно фотографировать; автору пришлось даже пожалеть, что он не учился в цирковом училище). Остается записать равенство моментов сил, вращающих рычаг **по** и **против** часовой стрелки в обоих случаях. В случае коробки со спичками (рис.9)

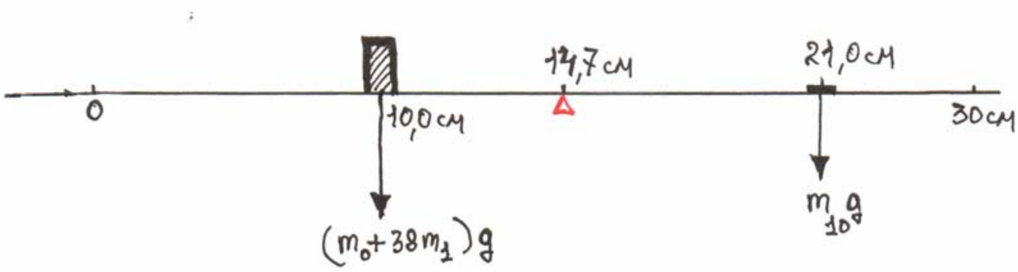


Рис.9

$$(m_0 + 38m_1)g(14{,}7 - 10{,}0) = m_{10}g(21{,}0 - 14{,}7)\,, \qquad (1)$$

где m_0 – масса пустого коробка, m_1 – масса одной спички, m_{10} = 5,63 г – масса 10-ти-рублевой монеты, g – ускорение свободного падения, которое сократится.

В случае пустой коробки (см. рис.10)

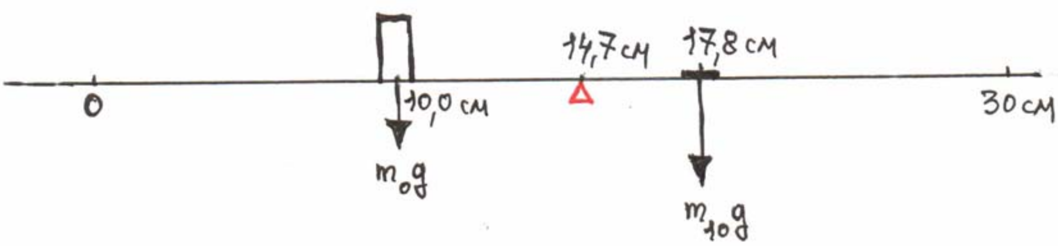


Рис.10

имеем аналогичное уравнение

$$m_0 g(14{,}7-10{,}0)=m_{10} g(17{,}8-14{,}7) \qquad (2)$$

Из второго уравнения сразу получаем массу пустого спичечного коробка

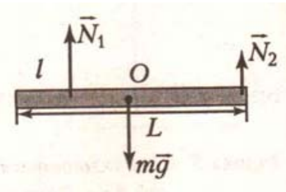
$$m_0=\frac{5{,}63\cdot 3{,}1}{4{,}7}\approx 3{,}7 .$$

Подставляя это значение в (1), находим массу одной спички

$$38\,m_1=\frac{5{,}63\cdot 6{,}3}{4{,}7}-3{,}7\approx 3{,}8 \text{ г}, \qquad \text{т.е. } m_1 \approx 0{,}1 \text{ г.}$$

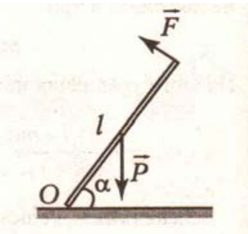
Найденные значения масс совпадают с полученными прямым измерением (см. начало решения задачи 2)

Дополнительные Задачи:

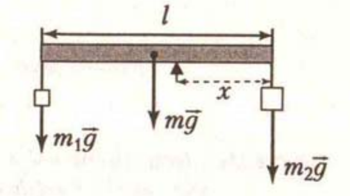


1. Два человека несут металлическую трубу, положив ее себе на плечи. Первый человек поддерживает трубу на расстоянии 1 м от конца, второй держит противоположный конец трубы. Во сколько раз нагрузка, приходящаяся на первого человека, больше, чем на второго, если длина трубы 2,5 м? **Ответ**: $\dfrac{N_1}{N_2}=\dfrac{L}{L-2l}=5$

2. Двое строителей несут груз массой 100 кг с помощью доски длиной 2 м и массой 5 кг, к которой груз привязан так, что расстояние от него до 1-го из строителей оказалось на 1 м меньше, чем до 2-го. Строители держат доску за ее концы. Какой из строителей прилагает большую силу при переноске груза и на сколько? **Ответ**: 1-й прилагает силу больше, чем 2-й на 490 Н (g = 9.8 м/с^2.).



3. Рабочий удерживает за один конец доску массой 16 кг так, что она опирается другим концом на землю и образует угол 60^{o} с горизонтом. С какой силой удерживает рабочий доску, если эта сила перпендикулярна доске. g = 10 м/с^2. **Ответ**: $F=\dfrac{mg}{2}\cos\alpha$ = 40 Н.



4. К концам горизонтального стержня длиной 0.9 м и массой 2 кг подвешены два груза: слева – массой 1 кг, справа – массой 3 кг. На каком расстоянии (в см) от большей массы следует подпереть стержень (см. рис.), чтобы он оставался в равновесии? **Ответ**: $x=\dfrac{m_1 l+m(l/2)}{m_1+m_2+m}=30$ см.